Clase 1 | 07/03/2016.

1

- Horario: Matemática I. MAT021.

  Cálculo Paralelo 215

  Lunes 5-6: 11:45 - 13:15 / F403

  Miércoles 5-6: 11:45 - 13:15 / F408

- Evaluación: 3 certámenes y 3 controles.

- Certamen 1: Sábado 23 Abril; 09:45.
- Certamen 2: Sábado 28 Mayo; 09:45.
- Certamen 3: Sábado 9 Julio; 09:45.

- Control 1: Martes 5 Abril; 17:20.
- Control 2: Martes 10 Mayo; 17:20.
- Control 3: Martes 21 Junio; 17:20.

- Certamen y Control recuperativo: Lunes 11 Julio; 09:45.

  obs: Se podrá recuperar a lo más 1 certamen.

- Certamen Global: Martes 12 Julio; 09:45.

  obs: Reemplaza una nota de Certamen.

- Talleres: 6 evaluaciones; 1 individual y 5 en modalidad colaborativa.

- Ayudantía: 2 evaluaciones. Control individual (10-20 min.)

- Evaluaciones de taller y Ayudantía = 8
Promedio de las 6 mejores notas corresponde a la nota de Taller y Ayudantía = TA

Ponderación:

$$\underbrace{NF}_{\text{nota final}} = (0.2\, C_1 + 0.25 \cdot C_2 + 0.3 \cdot C_3 + 0.1 \cdot \text{Controles} + 0.15 \cdot TA) \times \Omega,$$

donde Ω corresponde al factor del laboratorio $\in [0.9, 1.1]$.

- Aula: Guía de ejercicios.
  Apuntes
  Notas
  Pautas, Evaluaciones

- Laboratorio: Voluntario. Inscripción desde 8 Marzo en la web
  http://lab.mat.utfsm.cl

- Talleres de Nivelación: Ver web

http://www.mat.utfsm.cl/talleres2016

- Ayudantía: Martes 11-12 (desde la próxima semana)

- Ofertaciones: Por escrito. Pueden afectar positiva o negativamente la nota.

§1. Números Reales.

Uno de los objetivos del Cálculo es el estudio de funciones sobre la recta real (números reales).

Qué son los números reales?

Primero, definamos

Def (Números Naturales: $\mathbb{N}$)

$$\mathbb{N} := \{1, 2, 3, \ldots\}$$

Def (Números Enteros: $\mathbb{Z}$)

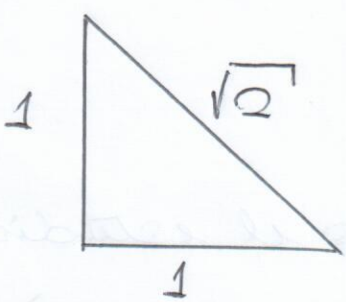
$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$$

Alrededor del año 1000 a.C. los Egipcios dieron origen a las fracciones.

Def (Números Racionales: $\mathbb{Q}$)

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} ; \; a, b \in \mathbb{Z} , \; b \neq 0 \right\}$$

En el año 500 aC., un grupo de matemáticos liderados por Pitágoras introduce los <u>números irracionales</u>



Teorema de Pitágoras.

Es $\sqrt{2}$ un número racional?

Supongamos que

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}, \quad a, b \in \mathbb{Z}, \; b \neq 0$$

reducida a términos mínimos (sin factor común).

Entonces,

$$2b^2 = a^2$$

$\Rightarrow$ a^2 es un número par.

$\Rightarrow$ a es un número par. Por lo tanto,

$$a = 2m, \quad m \in \mathbb{Z}$$

Dado que $a = 2m$, entonces

$$2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow 2 = \frac{4m^2}{b^2} \Rightarrow b^2 = 2m^2$$

$\Rightarrow$ b^2 es un número par y entonces b también lo es.

<u>Conclusión</u>: $a = 2m$, $b = 2n$, $m, n \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow$ Existe un factor común 2, lo cual es una contradicción.

Suposición que $\sqrt{2}$ es racional es falso!

Def (Números Irracionales) Un número real que no es racional se llama irracional.

Nota: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

números reales = números racionales $\cup$ números irracionales.

§ 1.2. El cuerpo de los números reales.

Dos operaciones fundamentales.

1. Adición: Si $x, y \in \mathbb{R}$ entonces

$$x + y \in \mathbb{R}$$

2. Multiplicación: Si $x, y \in \mathbb{R}$ entonces

$$x \cdot y \in \mathbb{R}$$

Propiedades: Si $x, y, z \in \mathbb{R}$, entonces

⑥

1. Asociatividad:

$$(x+y)+z = x+(y+z)$$
$$(x\cdot y)\cdot z = x\cdot(y\cdot z)$$

2. Existencia del elemento Neutro.

$\exists\ 0 \in \mathbb{R}: \quad x+0 = x$

$\exists\ 1 \in \mathbb{R}: \quad x\cdot 1 = x$

3. Existencia del elemento inverso.

$\exists\ -x \in \mathbb{R}: \quad x+(-x) = 0$.

$\exists\ x^{-1} \in \mathbb{R}: \quad x\cdot x^{-1} = 1 \quad \forall x \neq 0$.

4. Conmutatividad.

$$x+y = y+x$$
$$x\cdot y = y\cdot x$$

5. Distributividad:

$$x\cdot(y+z) = x\cdot y + x\cdot z$$
$$(x+y)\cdot z = x\cdot z + y\cdot z$$

$\mathbb{R}$ dotado de operación de suma $+$ y multiplicación $\cdot$ es un cuerpo: $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ tiene estructura de cuerpo.

Ejercicio: Sean $a, b \in \mathbb{R}$. Prueba que, si $a, b \neq 0$, entonces

$$(a \cdot b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}.$$

Demostración: Si $a, b \neq 0$, entonces existen elementos inversos a^{-1} y b^{-1}. Además,

$$(a^{-1} \cdot b^{-1}) \cdot (a b) = a^{-1} \cdot (b^{-1} \cdot b)\, a$$

asociatividad y conmutatividad

$$= a^{-1} \cdot 1 \cdot a$$

existencia elemento inverso

$$= a^{-1} \cdot a$$

existencia elemento neutro

$$= 1$$

existencia elemento inverso.

Por lo tanto, $a^{-1} b^{-1}$ es el inverso multiplicativo de ab y entonces

$$(a b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1} \quad \blacksquare$$